Accademia
Dei
Lincei

Corso di aggiornamento

«La matematica dei problemi»

Relatore: prof. Daniele Pasquazi
Dipartimento di Matematica, Università Tor Vergata di Roma

Docente: Duilia Troiani

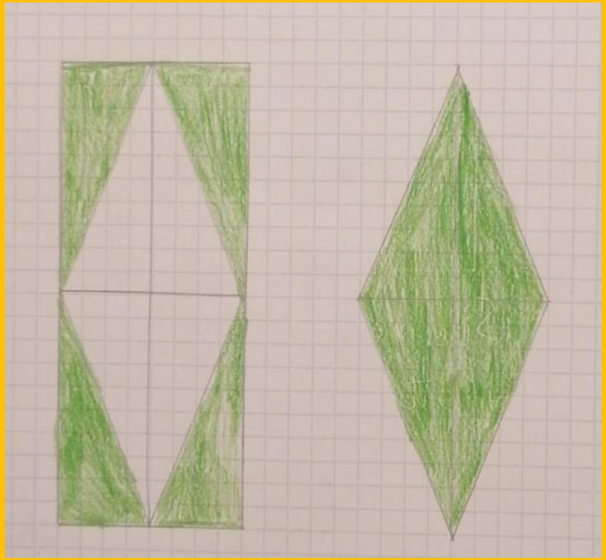
a.s. 2020 - 2021

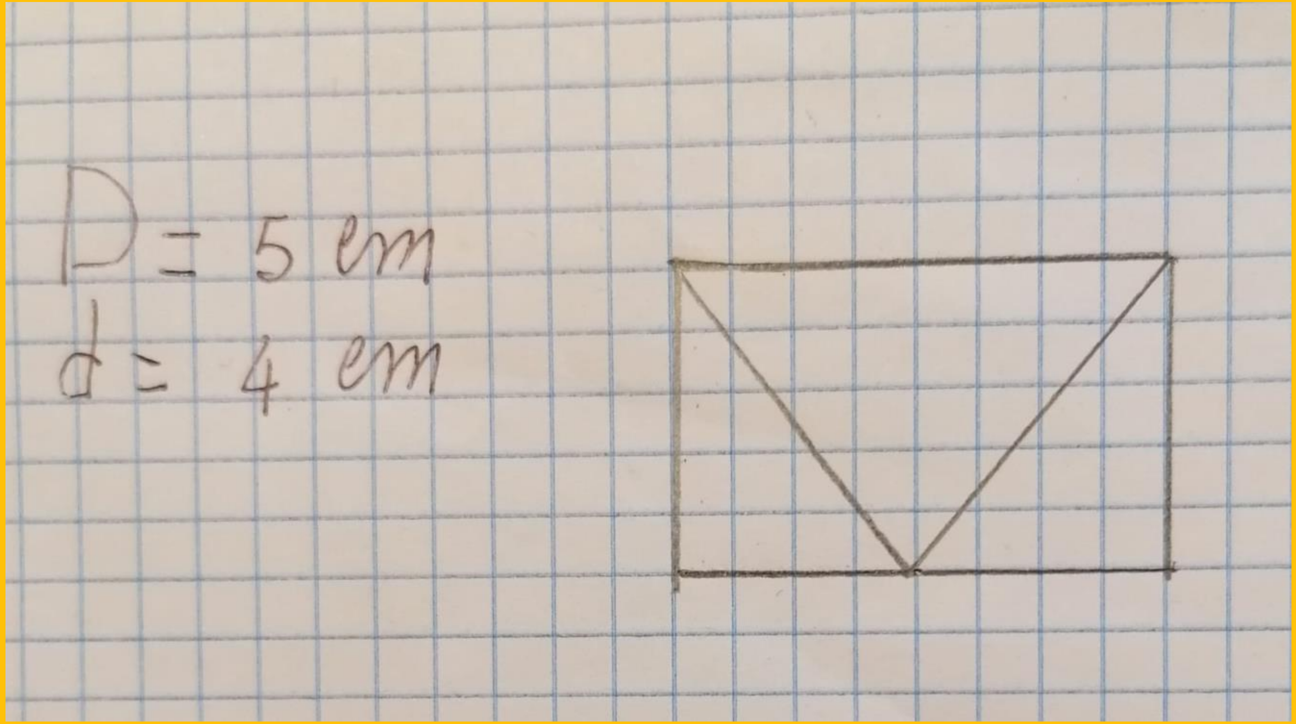
Le proprietà associativa e commutativa della moltiplicazione, applicate al calcolo dell’area dei poligoni

VB Enzo Ferrari a.s. 2020 - 2021

Il punto di partenza

«Dimostra la correttezza della seguente formula Dxd:2»



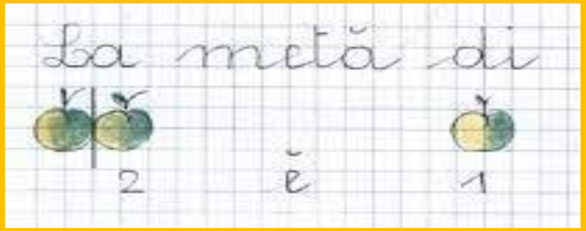


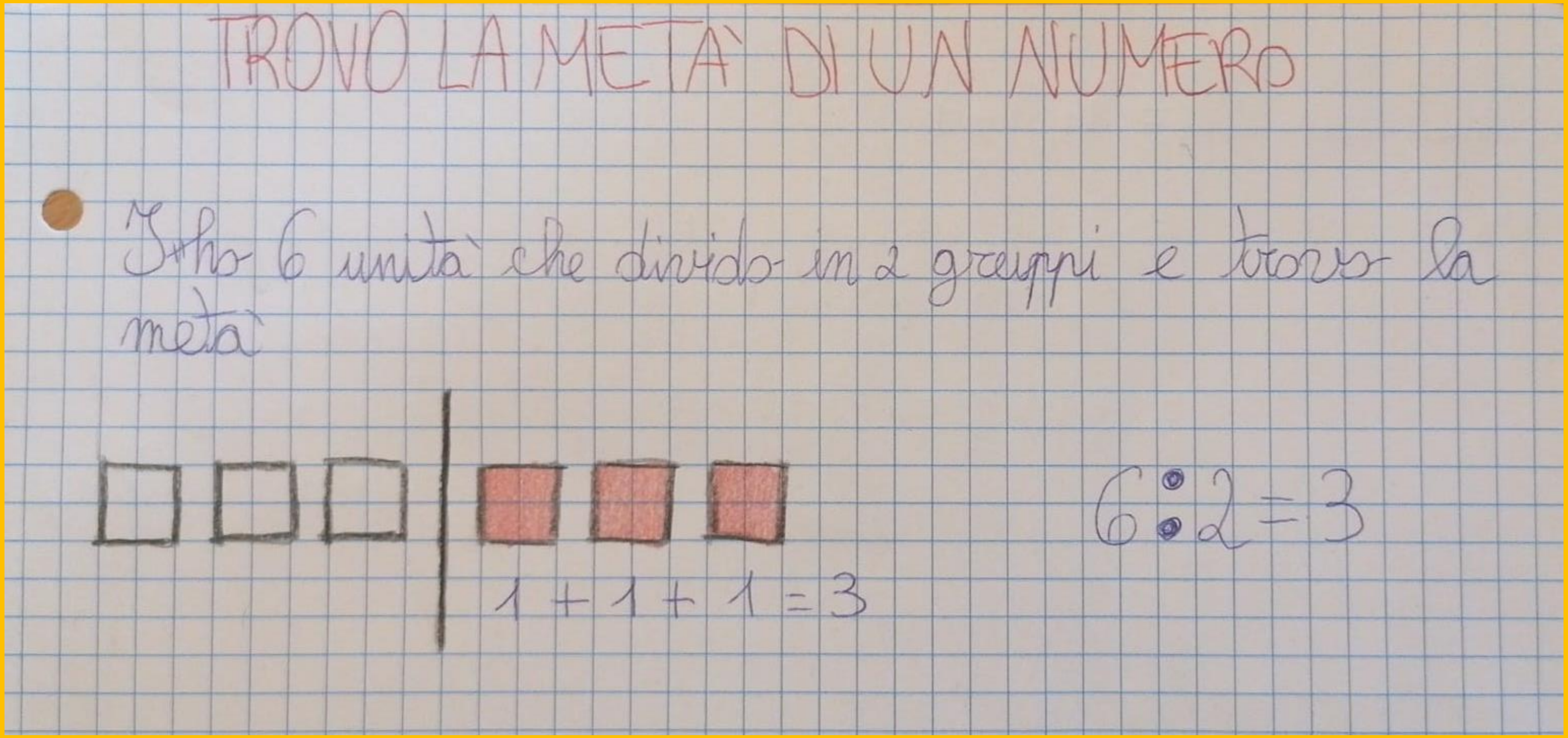
$$D \times d : 2 = (D \times d) \times \frac{1}{2} = D \times \left(d \times \frac{1}{2}\right) = d \times \left(D \times \frac{1}{2}\right)$$

1) È VERO CHE SE INVERTO LE LETTERE, RIESCO SEMPRE A CALCOLARE L’AREA?

2) FARE : 2 è LA STESSA COSA DI FARE x ½?

Dal : 2 al X 1/2

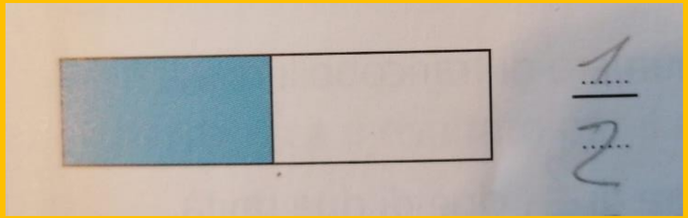

La metà di
2
è
1


TROVO LA METÀ DI UN NUMERO
Io ho 6 unità che divido in 2 gruppi e trovo la metà
1 + 1 + 1 = 3
6 : 2 = 3

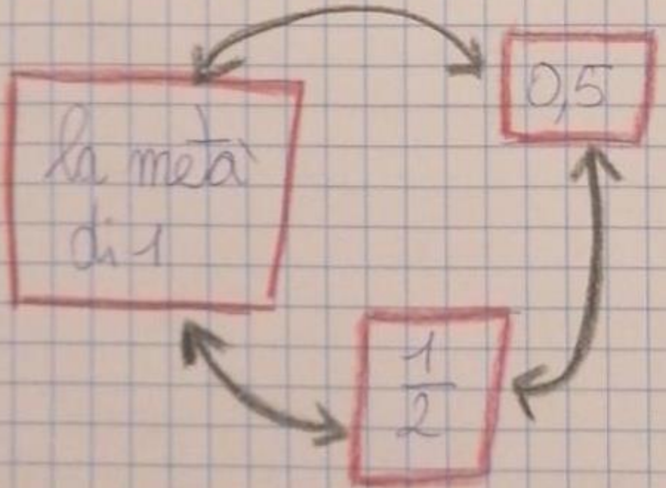
: 2 = X 1/2

Questo lo posso leggere come 3 unità (1+1+1) oppure come

6 volte la metà di 1

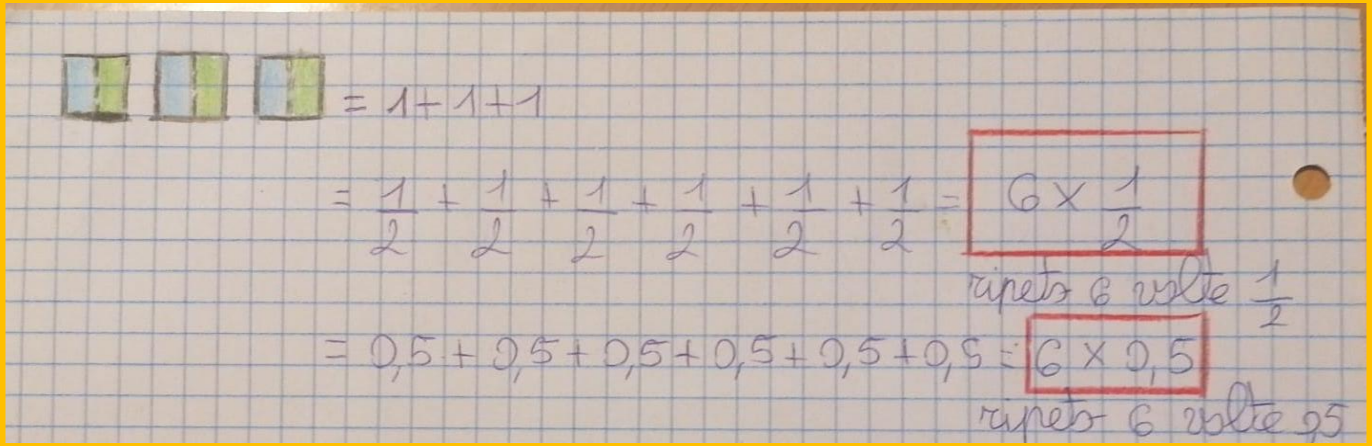


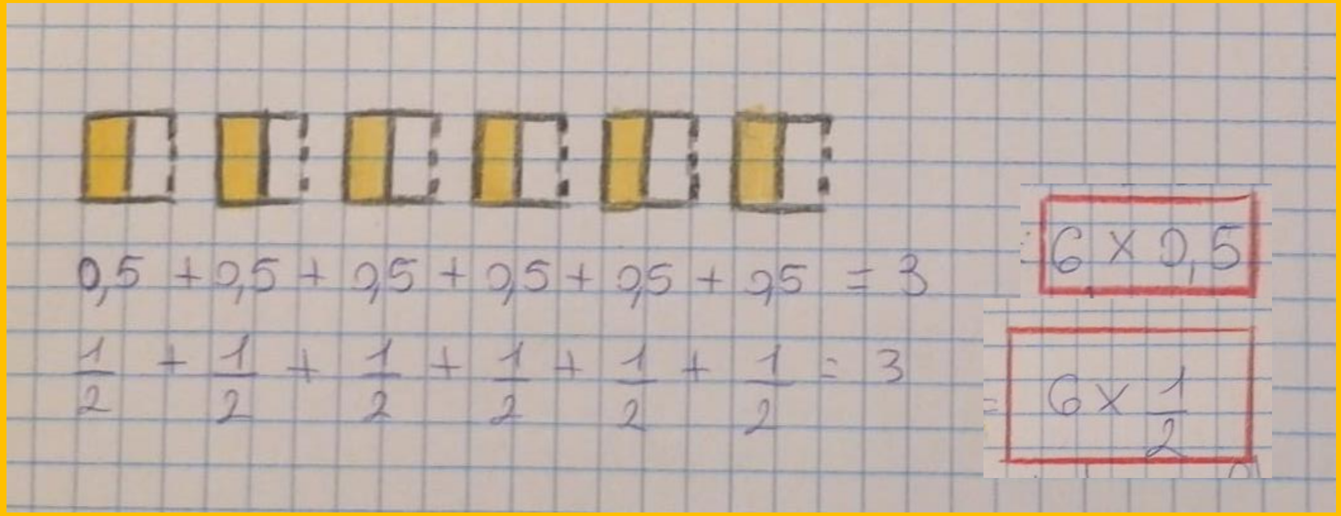
La metà di 1 = 0,5 = $\frac{1}{2}$ ($\frac{1}{2}$ = 1:2 = 0,5)

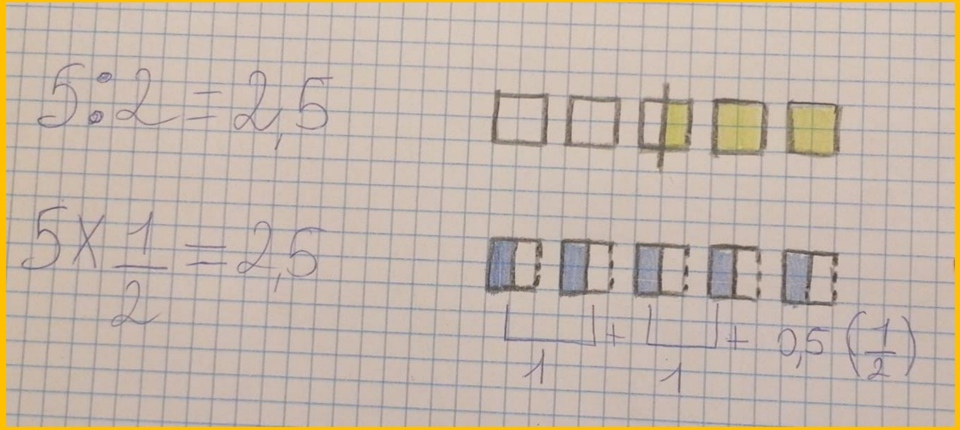


: 2 = X 1/2

Dall'addizione ripetuta alla moltiplicazione







PROPRIETÀ COMMUTATIVA

Se inverto l'ordine dei fattori, il prodotto non cambia

D=5 d=3 ½ =0,5

5 x 3 x 0,5 = 7,5 **3 x 5 x 0,5 = 7,5** **0,5 x 3 x 5 = 7,5**

D x d x ½ **d x D x ½** **½ x d x D**

PROPRIETÀ ASSOCIATIVA

Se sostituisco a due fattori, il loro prodotto, il risultato non cambia

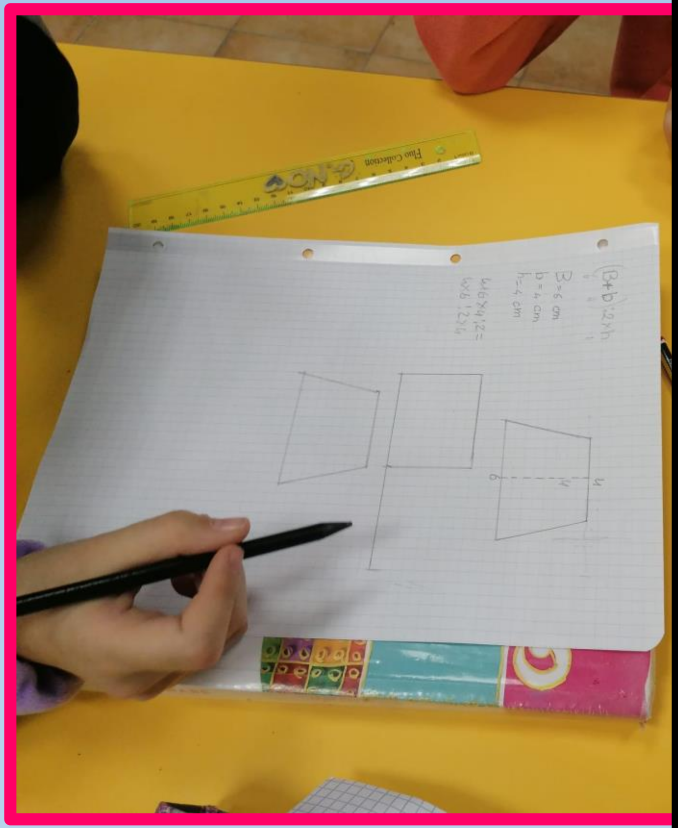
D=5 d=3 ½ =0,5

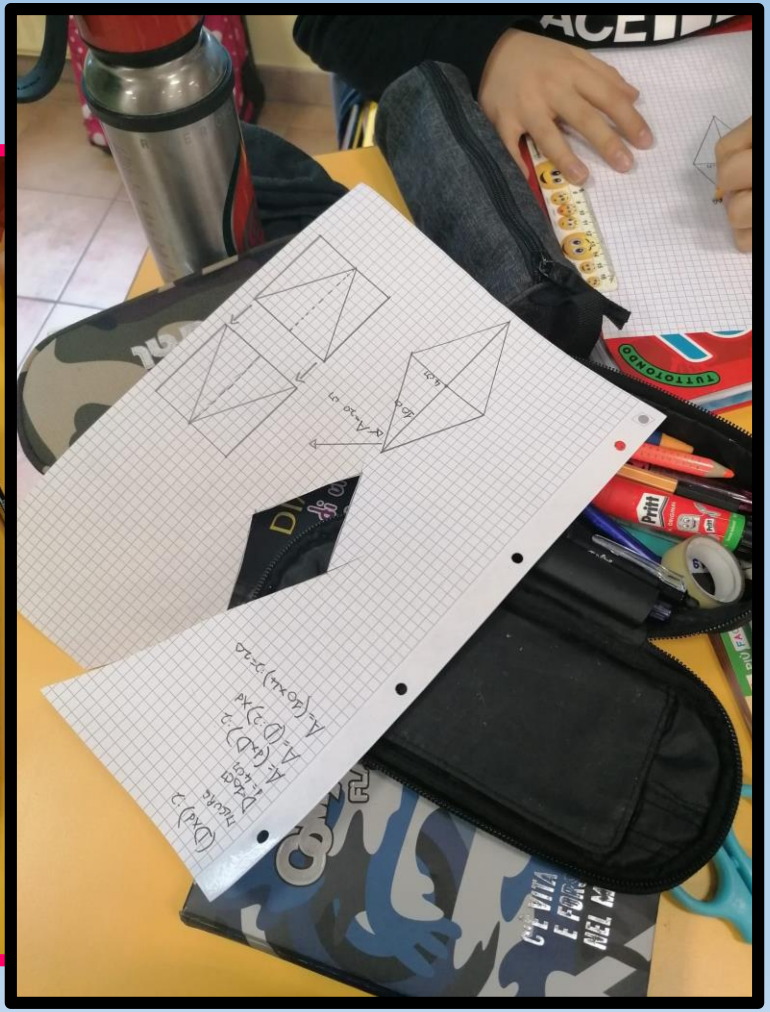
$(5 \times 3) \times 0,5 = 7,5$ $5 \times (3 \times 0,5) = 7,5$ $3 \times (5 \times 0,5) = 7,5$

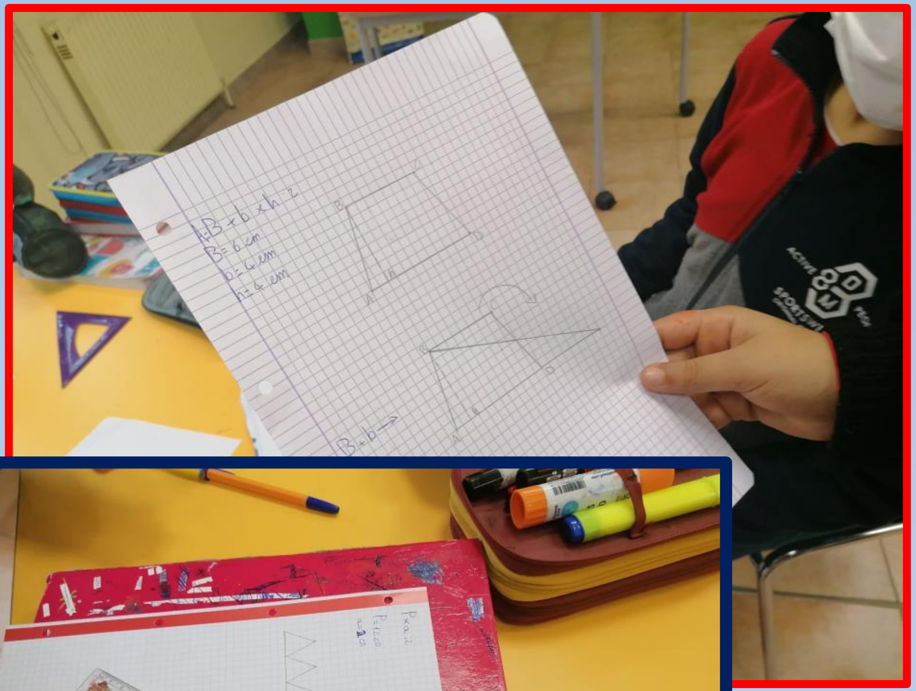
$15 \times 0,5 = 7,5$ $5 \times 1,5 = 7,5$ $3 \times 2,5 = 7,5$

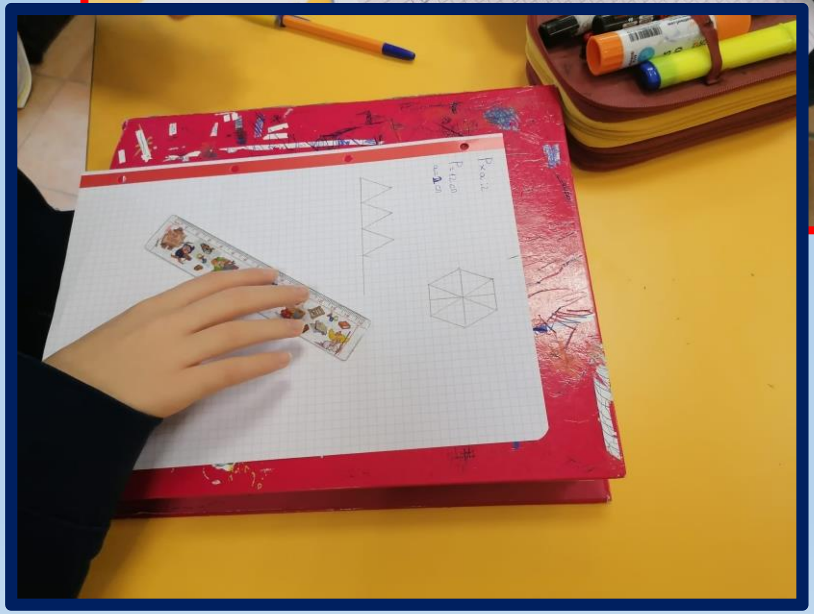
$(D \times d) \times \frac{1}{2}$ $D \times (d \times \frac{1}{2})$ $d \times (D \times \frac{1}{2})$

$D \times d : 2 = (D \times d) \times \frac{1}{2} = D \times (d \times \frac{1}{2}) = d \times (D \times \frac{1}{2})$



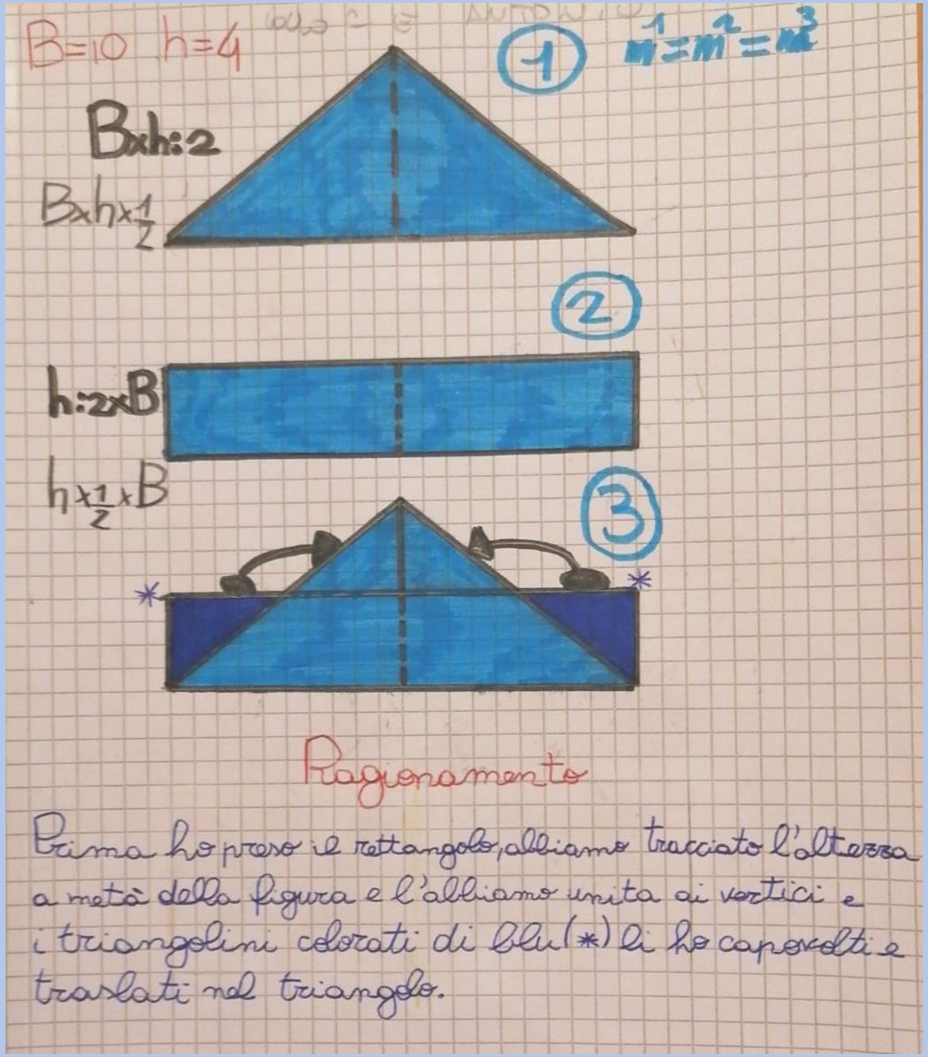


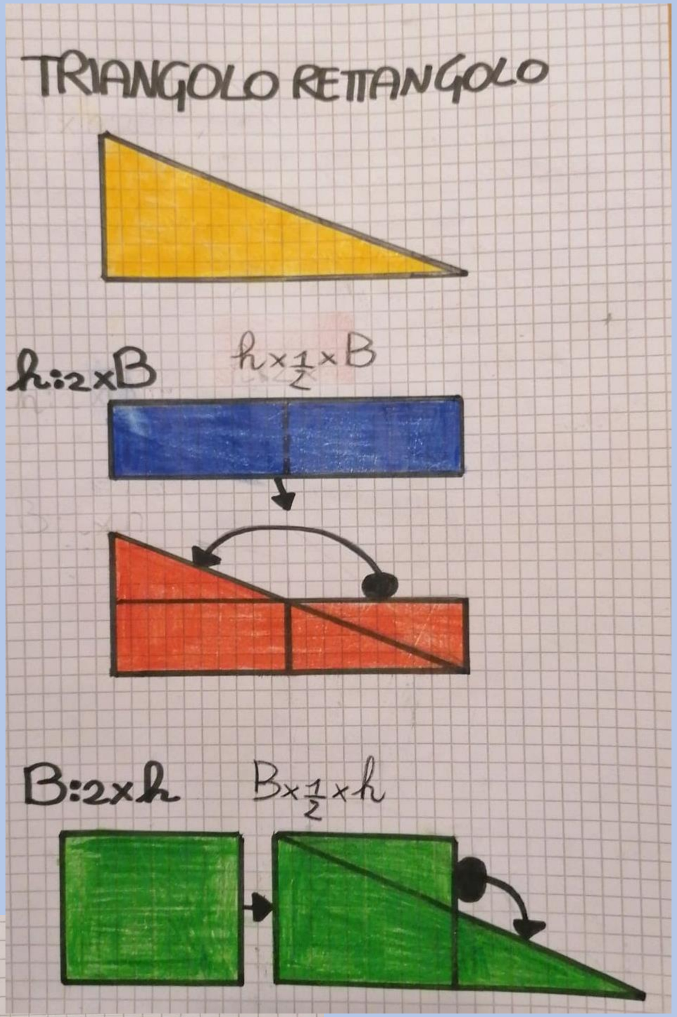


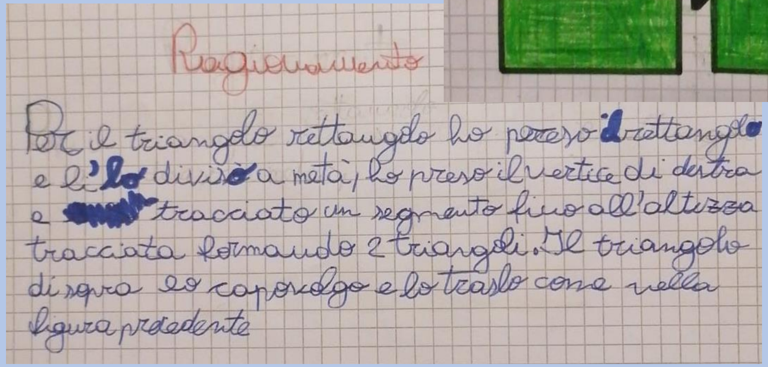


Triangoli

$h \times ½ \times b$

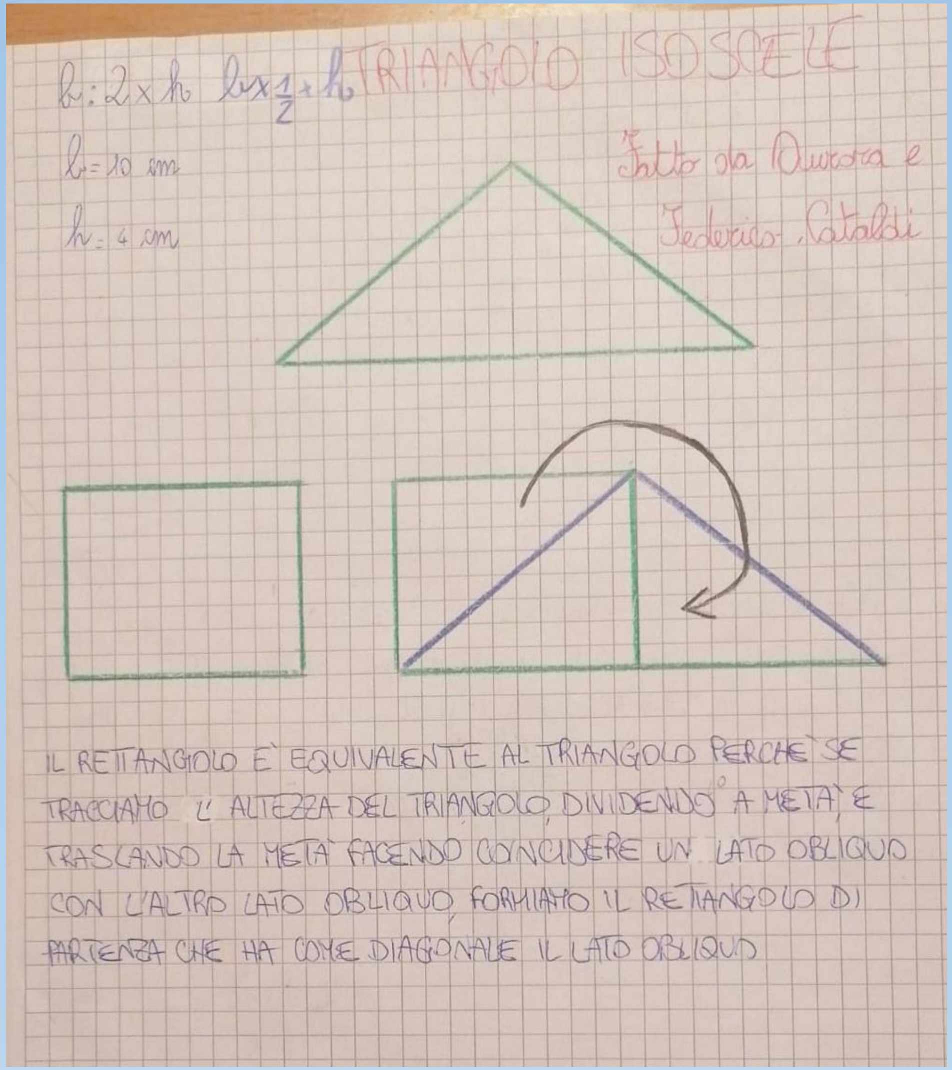


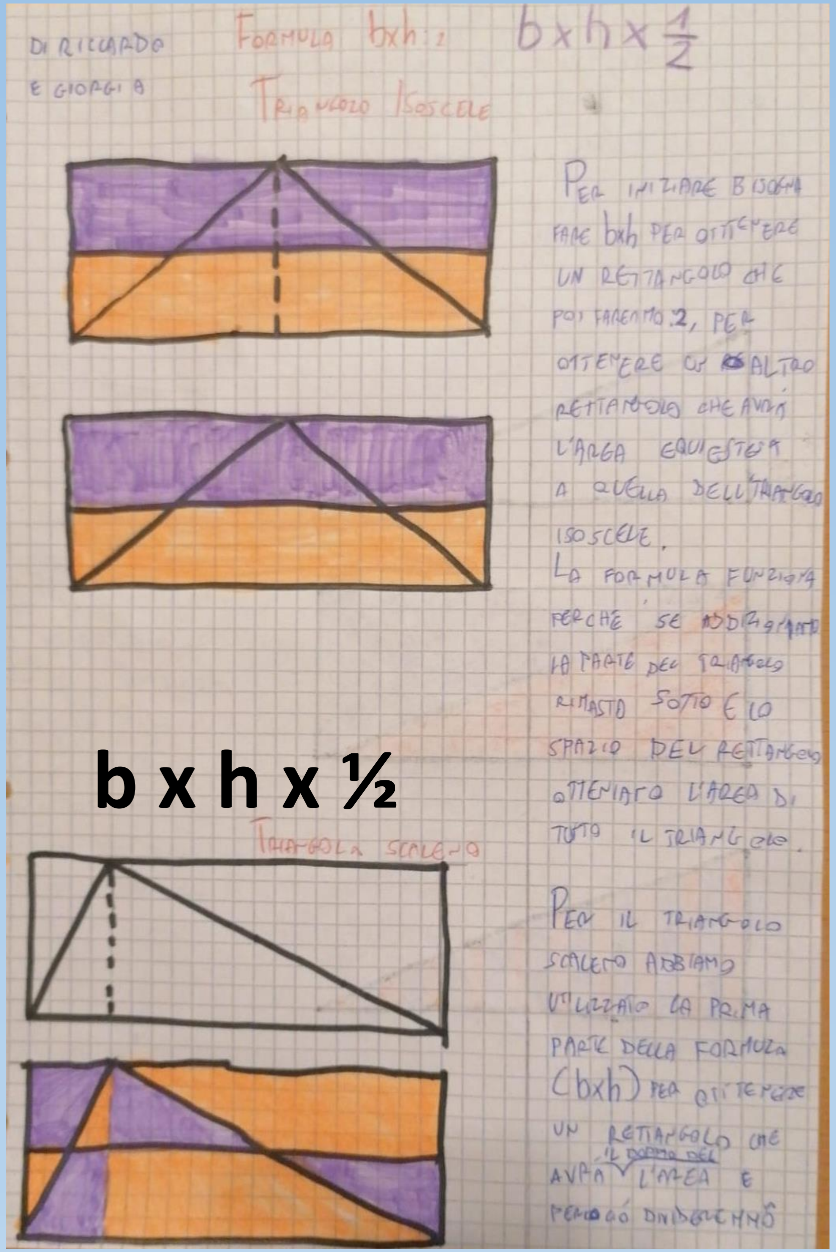




Triangoli

b x ½ x h





b x h x ½

Rombo

$(D \times d) \times \frac{1}{2}$

VALERIO

FORMULA

$(D \times d) : 2$

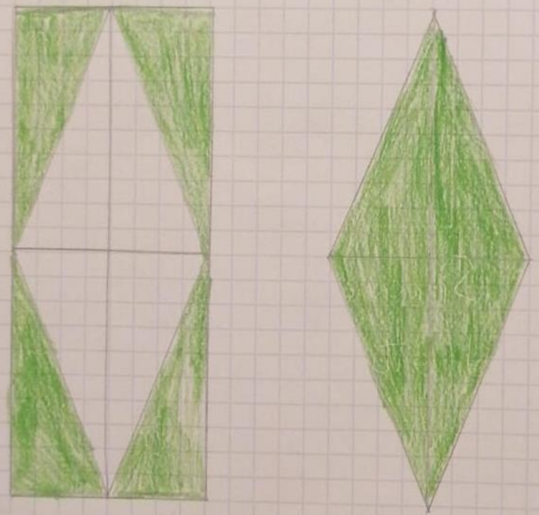
MISURE

D = 10 cm

d = 4 cm

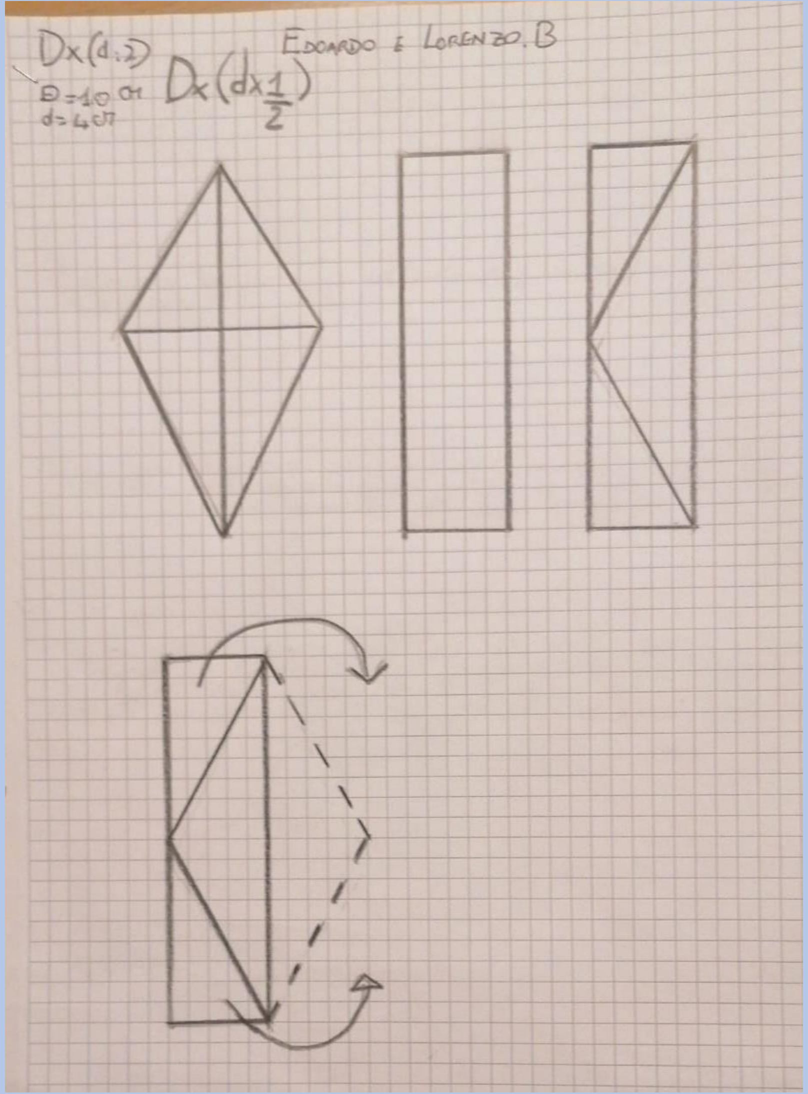
SPIEGAZIONE

Facendo D x d ottengo un rettangolo, se all'interno ci disegno un rombo con le stesse misure (ovvero l'altezza del rettangolo uguale a la diagonale maggiore del rombo e la base del rettangolo uguale alla diagonale minore del rombo), noto che il rombo è diviso in 4 triangoli rettangoli uguali. Qui 4 triangoli sono anche presenti all'esterno del rombo ma all'interno del rettangolo. Se facciamo attenzione a tutti i dettagli si può capire che il rombo è la metà del rettangolo. Ed è così che dividiamo per 2 e la formula è $(D \times d) : 2$



Rombo

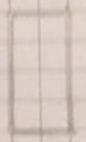
D x (d x ½)



SPIEGAZIONE

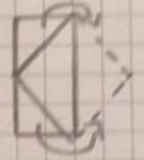
PRIMA DI TUTTO ABBIAMO DISEGNATO UN ROMBO TRACCIANDO LE DIAGONALI.

POI ABBIAMO DIVISO IN 2 LA DIAGONALE MINORE E OTTENUTO UN RETTANGOLO.



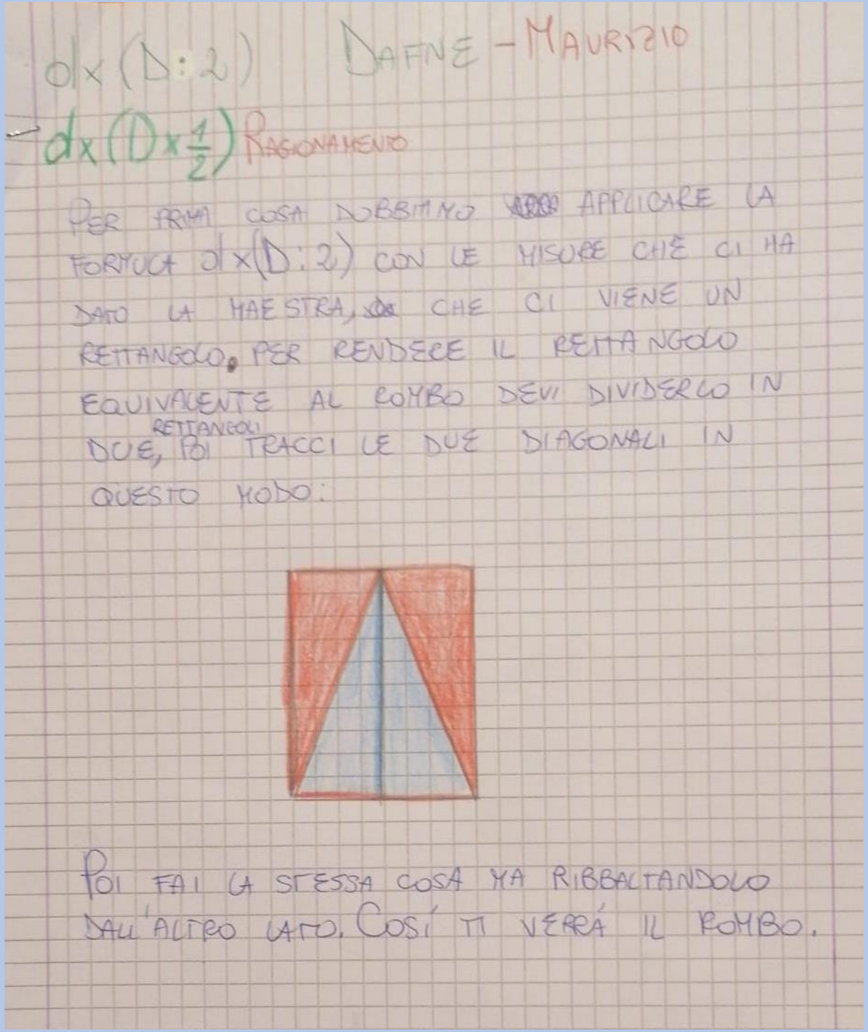
POI ABBIAMO TRACCIATO LA DIAGONALE MINORE E OTTENUTO 2 RETTANGOLI CHE ABBIAMO DIVISO A METÀ CON UNA DIAGONALE. SI SONO FORMATI 2 TRIANGOLI PER OGNI RETTANGOLO.

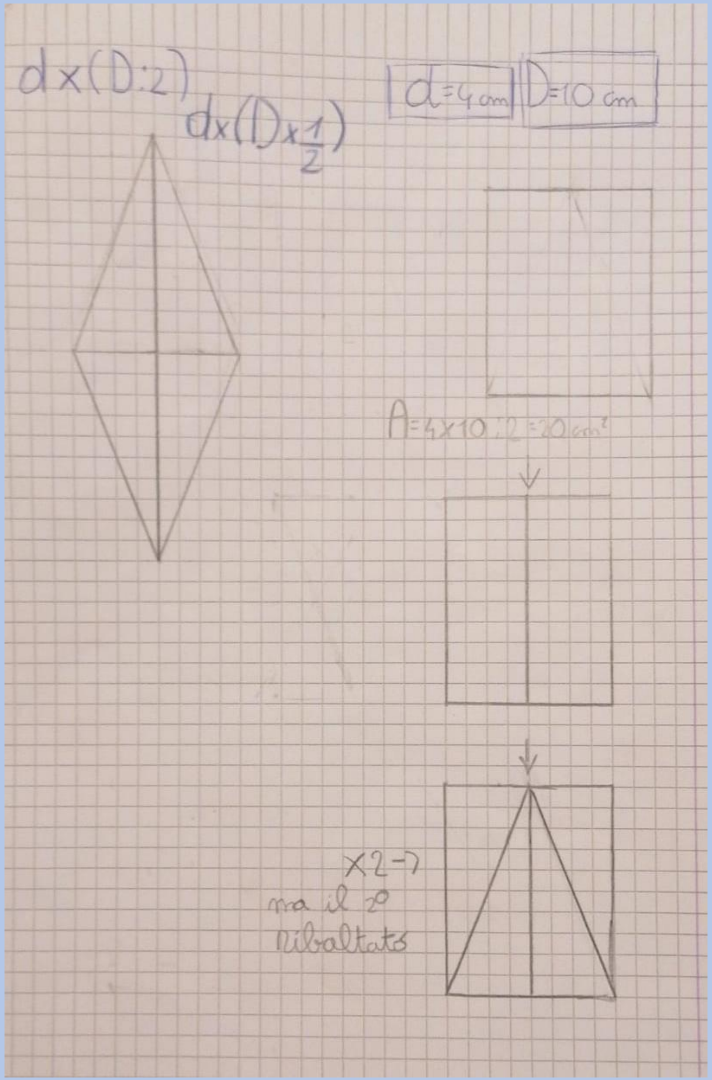
I 2 TRIANGOLI HANNO COME BASE LA METÀ DELLA DIAGONALE MINORE E LA METÀ DELL'ALTEZZA QUINDI SONO CONGRUENTI. SE RUOTIAMO E TRASLIAMO I 2 TRIANGOLI ESTERNI, FACENDO COINCIDERE LE ALTEZZE, OTTENIAMO IL ROMBO INIZIALE.

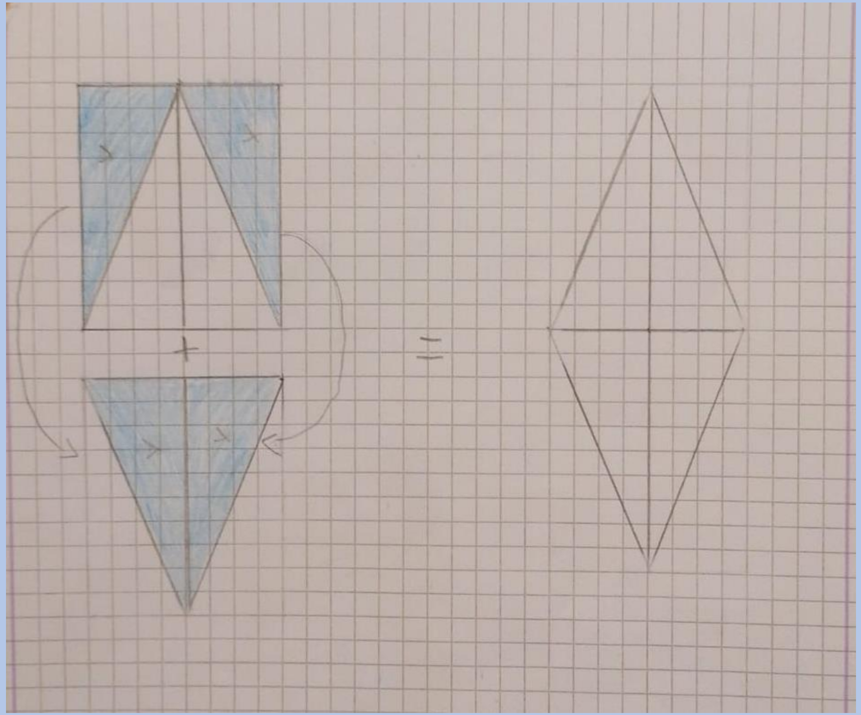


Rombo

d x (D x ½)

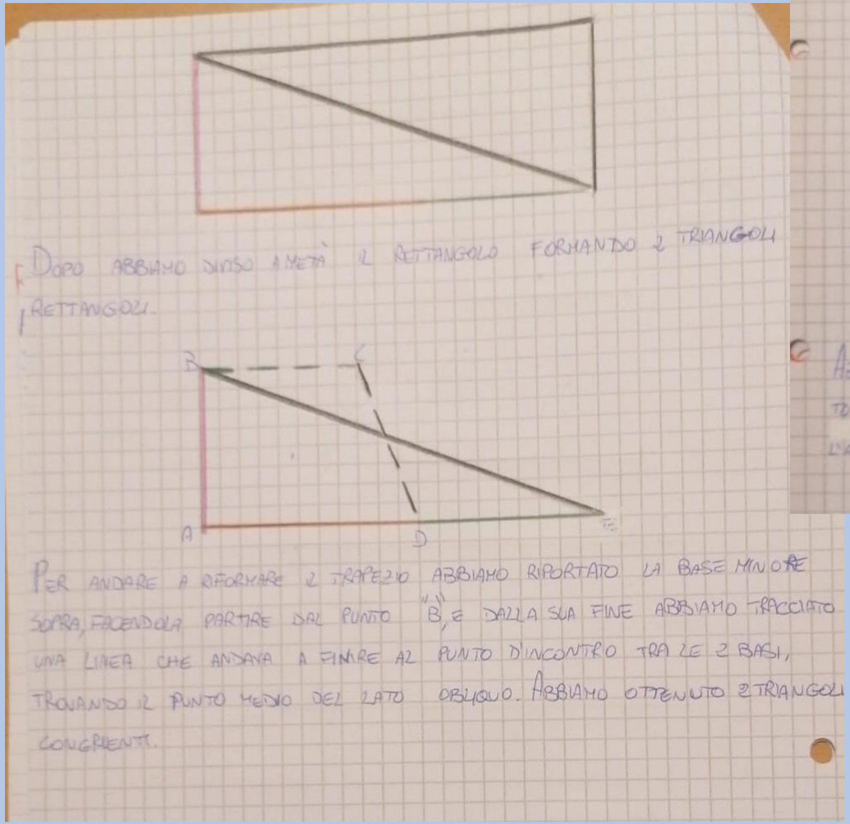

dx(D:2)
DAFNE - MAURIZIO
dx(Dx1/2) RAGIONAMENTO
PER PRIMA COSA DOBBIAMO APPLICARE LA FORMULA dx(D:2) CON LE MISURE CHE CI HA DATO LA MAESTRA, CHE CI VIENE UN RETTANGOLO, PER RENDERE IL RETTANGOLO EQUIVALENTE AL ROMBO DEVI DIVIDERLO IN DUE RETTANGOLI, POI TRACCI LE DUE DIAGONALI IN QUESTO MODO:
POI FAI LA STESSA COSA MA RIBBALTANDOLO DALL'ALTRO LATO. COSÍ TI VERRÁ IL ROMBO.

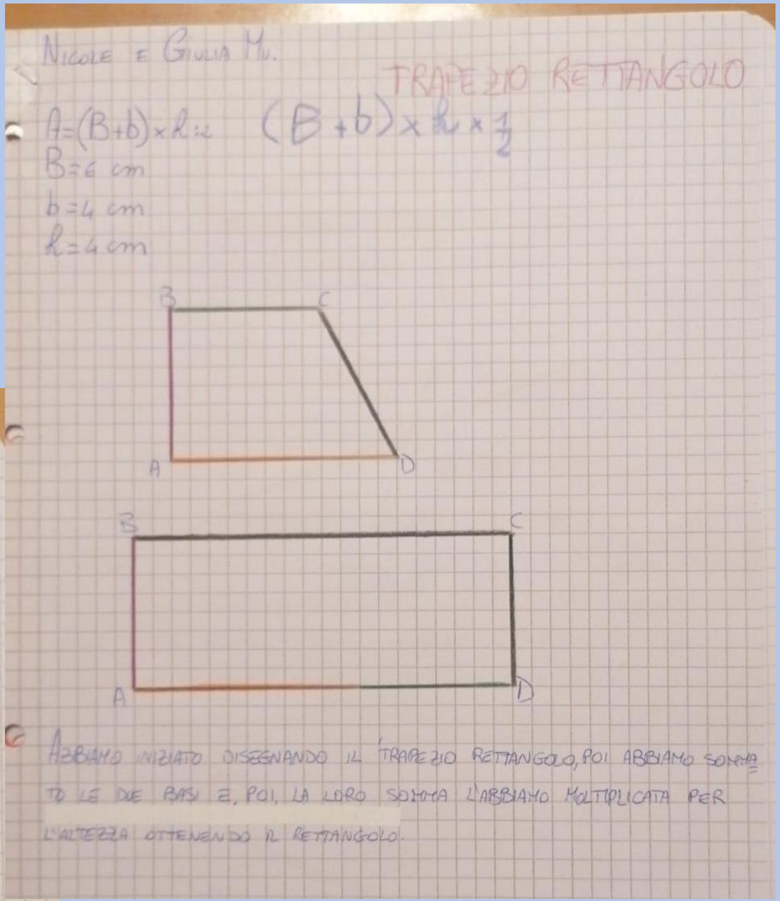

dx(D:2)
dx(Dx1/2)
d=4cm
D=10 cm
A=4x10:2=20cm²
x2 →
ma il 2° ribaltato


+
=

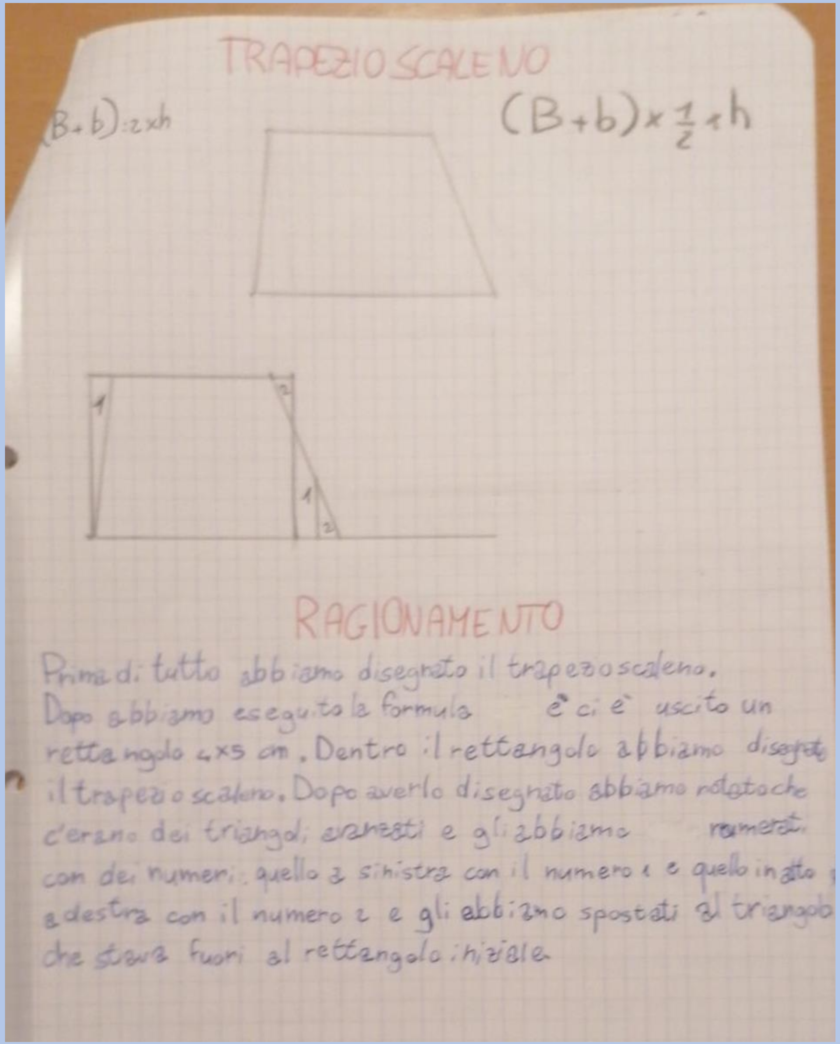
Trapezi

(B+b) x h x ½



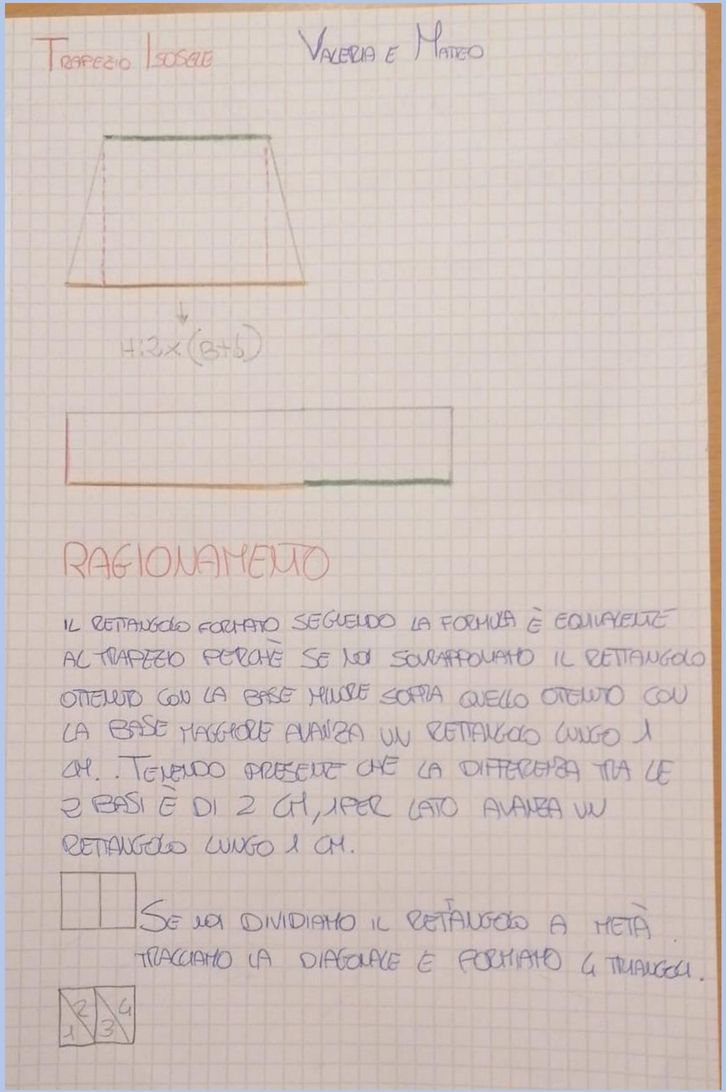


(B+b) x ½ x h



Trapezi

h x ½ x (B+b)



TRAPEZIO ISOSCELE   VALERIA E MATTEO

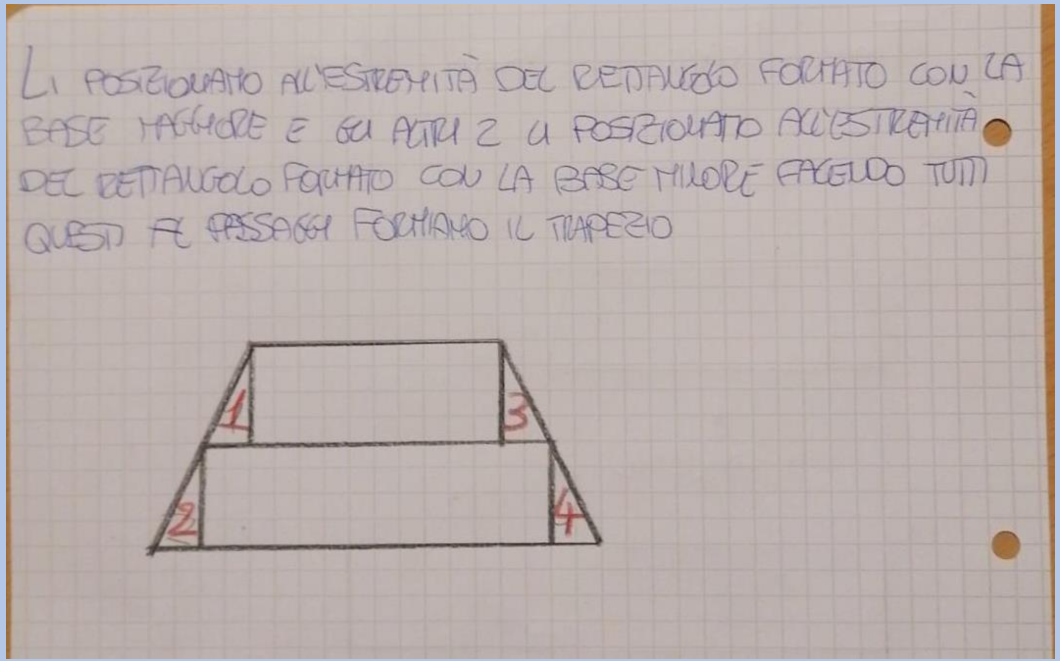
$H:2 \times (B+b)$

RAGIONAMENTO

IL RETTANGOLO FORMATO SEGUENDO LA FORMULA È EQUIVALENTE AL TRAPEZIO PERCHÈ SE NOI SOVRAPPONIAMO IL RETTANGOLO OTTENUTO CON LA BASE MINORE SOPRA QUELLO OTTENUTO CON LA BASE MAGGIORE AVANZA UN RETTANGOLO LUNGO 1 CM. TENENDO PRESENTE CHE LA DIFFERENZA TRA LE 2 BASI È DI 2 CM, 1 PER LATO AVANZA UN RETTANGOLO LUNGO 1 CM.

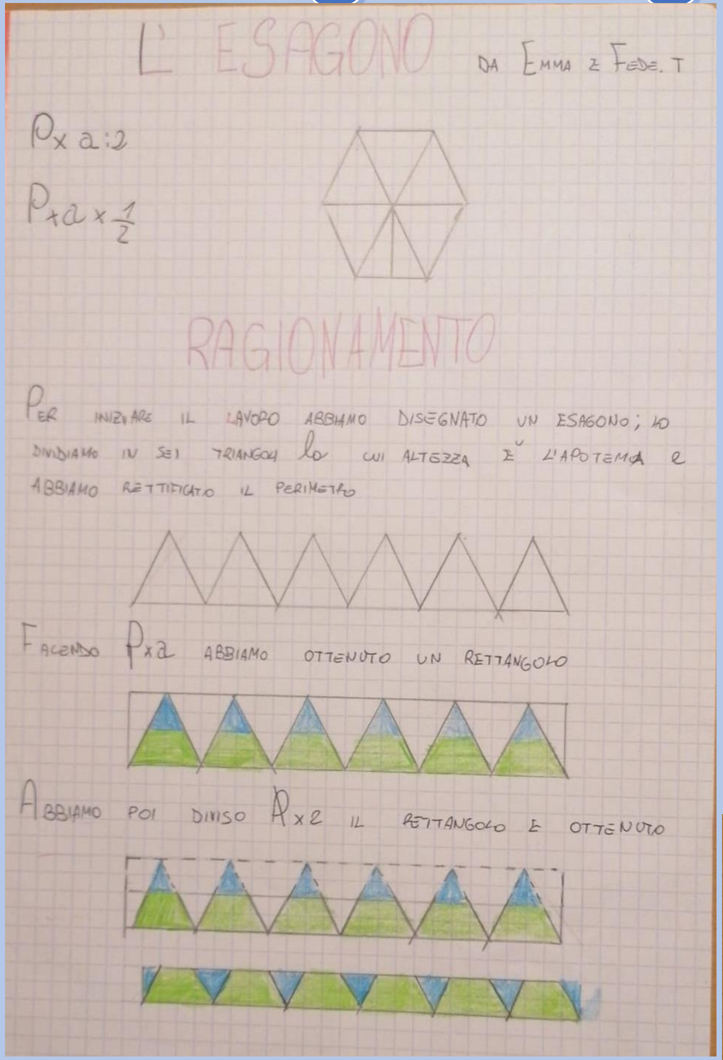
SE NOI DIVIDIAMO IL RETTANGOLO A METÀ TRACCIAMO LA DIAGONALE E FORMIAMO 4 TRIANGOLI.

1 2 3 4

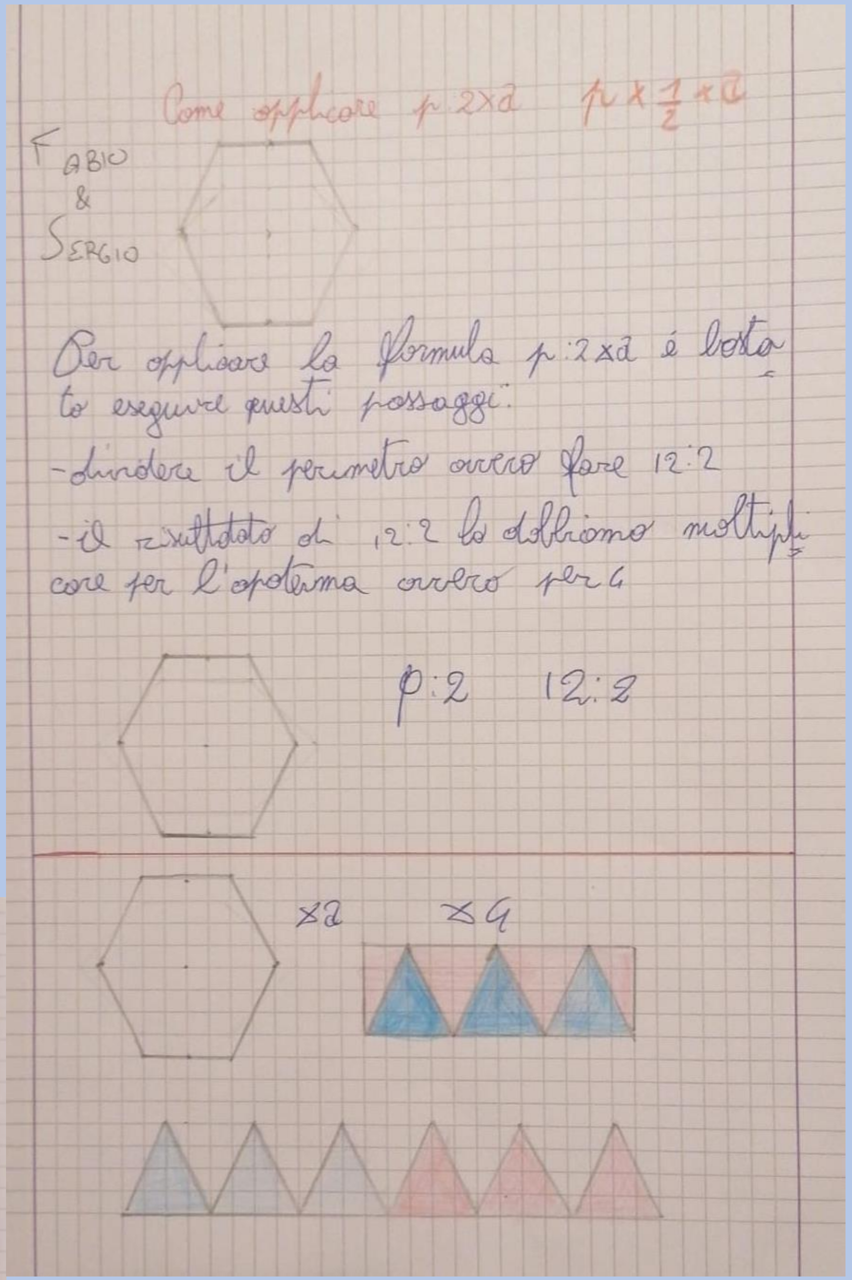


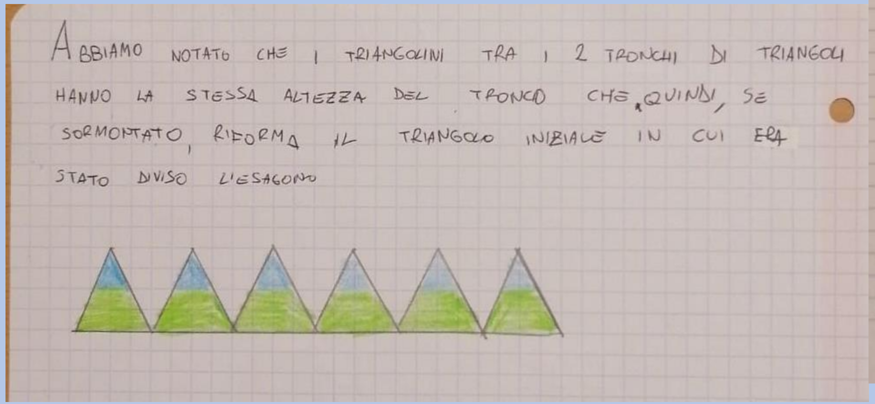
LI POSIZIONIAMO ALL'ESTREMITÀ DEL RETTANGOLO FORMATO CON LA BASE MAGGIORE E GLI ALTRI 2 LI POSIZIONIAMO ALL'ESTREMITÀ DEL RETTANGOLO FORMATO CON LA BASE MINORE FACENDO TUTTI QUESTI ~~A~~ PASSAGGI FORMIAMO IL TRAPEZIO

Poligoni regolari



p x ½ x a

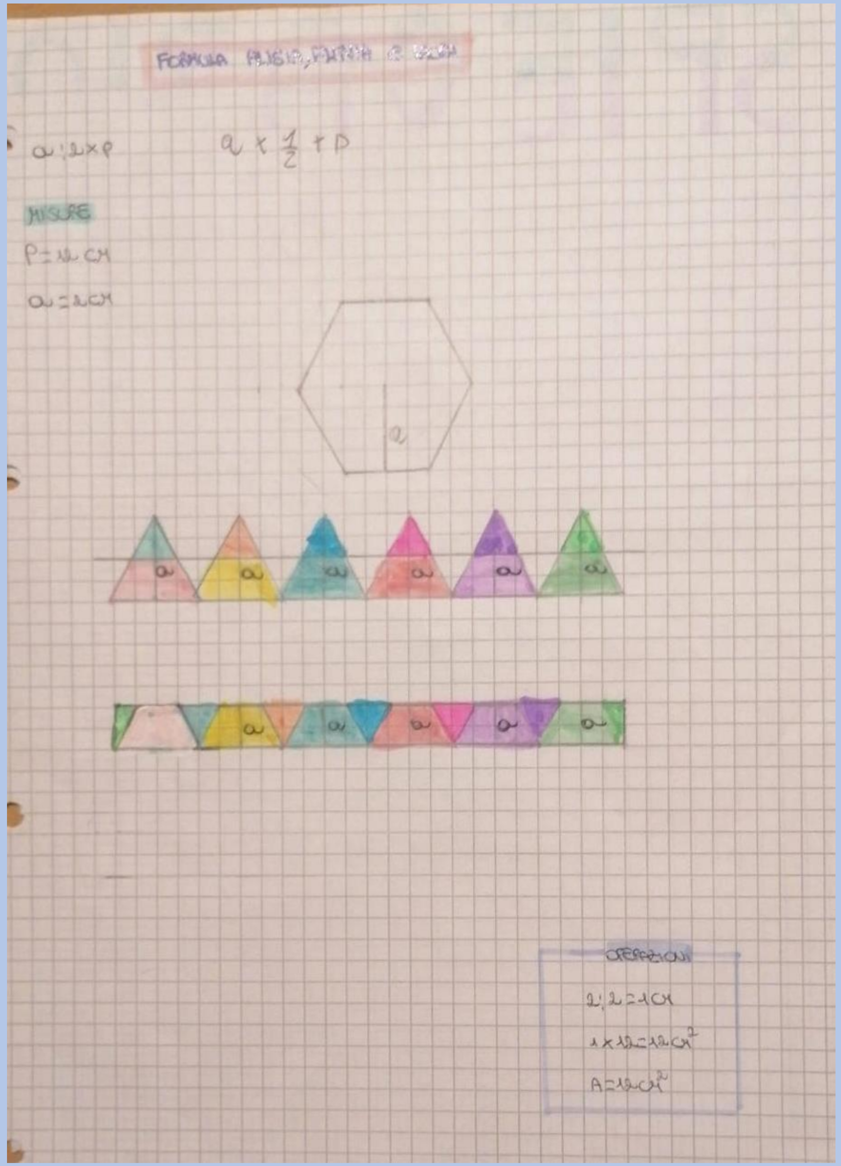


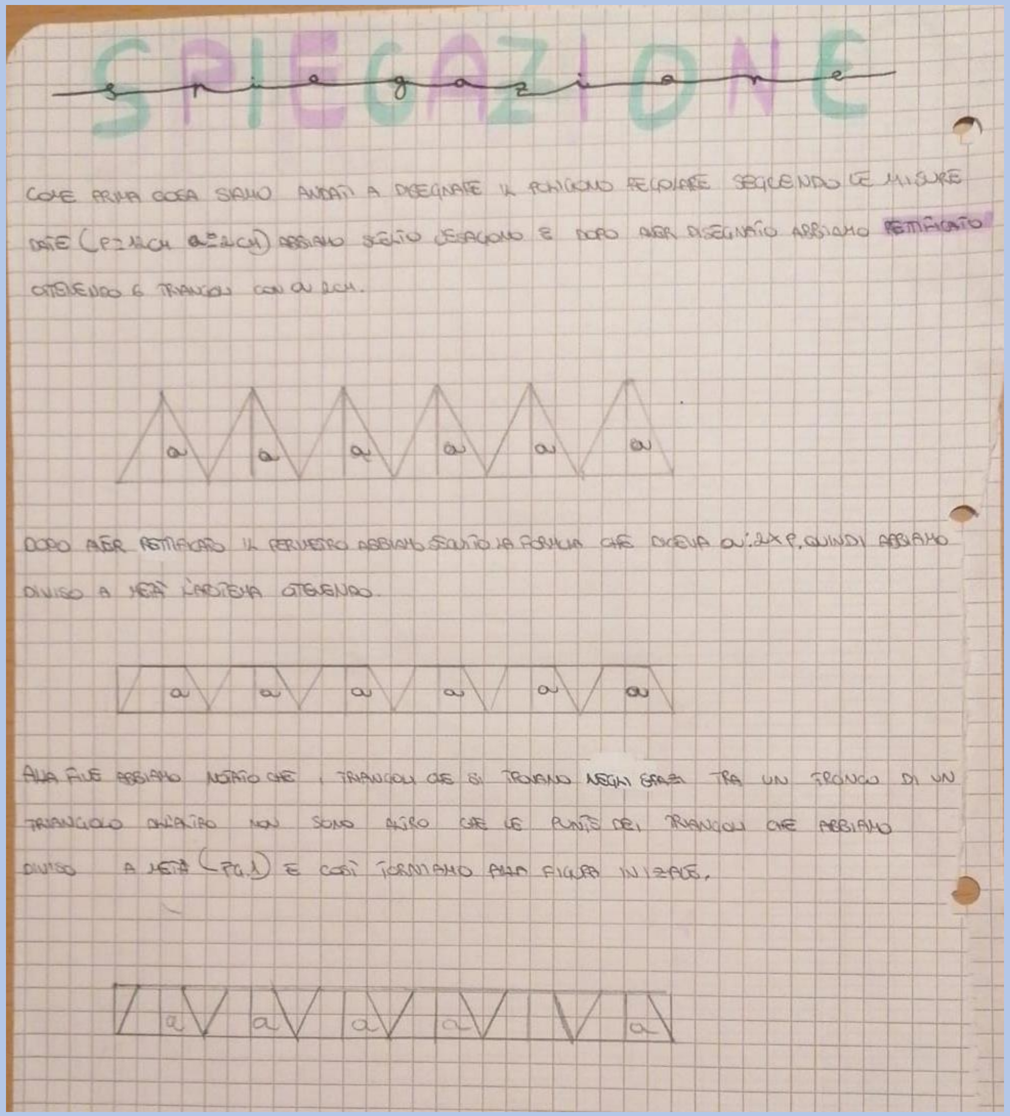


p x a x ½

Poligoni regolari

a x ½ x p





Lasciare gli alunni liberi di provare, di mettersi in gioco, porta a soluzioni nuove e non pensate e rende la lezione più stimolante sia per loro che per me.